SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Valor absoluto II - Funciones

Docente: Phflucker H. Coz

academiacesarvallejo.edu.pe

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Son inecuaciones en donde la incógnita se encuentra afectada por el valor absoluto.

Ejemplos

- $|x-7| \leq 3$
- $|2x+1| > x+3$

Para la resolución utilizaremos los siguientes teoremas

Teorema 1

$$|x| < a \leftrightarrow a > 0 \wedge (-a < x < a)$$

$$|x| \leq a \leftrightarrow a \geq 0 \wedge (-a \leq x \leq a)$$

Ejercicios

Resuelva las inecuaciones

❖ $|x-2| \leq 7$ → $-7 \leq x-2 \leq 7$

$-5 \leq x \leq 9$

❖ $|3x+4| < 10$ → $-10 < 3x+4 < 10$

$-14 < 3x < 6$

$-\frac{14}{3} < x < 2$

Aplicación

Indique la cantidad de soluciones enteras de

$$|2x-21| \leq 12-x$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución

$$|2x-21| \leq 12-x$$

Aplicaremos el teorema 1

$12-x \geq 0 \quad \wedge \quad -(12-x) \leq 2x-21 \leq 12-x$

$12 \geq x \quad \wedge \quad -12+x \leq 2x-21 \quad \wedge \quad 2x-21 \leq 12-x$

$-12+21 \leq 2x-x \quad \wedge \quad 2x+x \leq 12+21$

$9 \leq x \quad \wedge \quad 3x \leq 33$

$x \leq 11$

$$9 \leq x \leq 11$$

Las soluciones enteras son: 9 ; 10 ; 11

Teorema 2

$|x| > a \leftrightarrow x > a \vee x < -a$

$|x| \geq a \leftrightarrow x \geq a \vee x \leq -a$

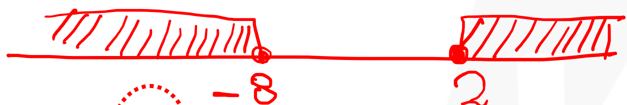
Ejercicios

Resuelva las inecuaciones

❖ $|x+3| \geq 5$

$\rightarrow$ $x+3 \geq 5 \quad \vee \quad x+3 \leq -5$

$x \geq 2 \quad \vee \quad x \leq -8$

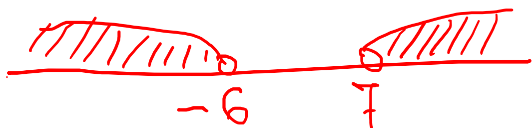


❖ $|2x-1| > 13$

$\rightarrow$ $2x-1 > 13 \quad \vee \quad 2x-1 < -13$

$2x > 14 \quad \vee \quad 2x < -12$

$x > 7 \quad \vee \quad x < -6$



Aplicación

Al resolver la inecuacion de incógnita x: $|x+a| > b$, se obtiene $CS = \langle -\infty ; -20 \rangle \cup \langle 4 ; +\infty \rangle$
Determine el valor de $(a+b)$.

A) 10 B) 15 C) 18 D) 20 E) 23

Resolución $|x+a| > b$

Aplicaremos el teorema 2

$x+a > b \quad \vee \quad x+a < -b$

De donde se obtiene:

$x > b-a \quad \vee \quad x < -b-a$

Ordenando se tiene

$x < -b-a \quad \vee \quad x > b-a$

Comparando con el dato

$-b-a = -20 \quad \wedge \quad b-a = 4$

$\rightarrow$ $b+a = 20$

Teorema 3

$|x| \leqslant |y| \leftrightarrow (x+y)(x-y) \leqslant 0$

Se mantiene el símbolo de orden

Aplicación

Calcule la longitud del conjunto solución de

$$|3x+5| \leq |x+3|$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Resolución

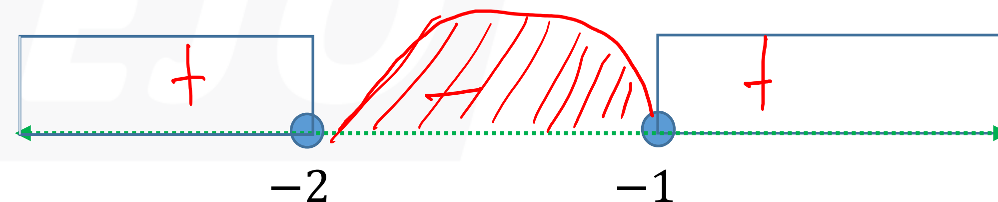
$|3x+5| \leq |x+3|$

(+) (−)

Aplicaremos el teorema 3

$$(3x+5+(x+3))\ (3x+5-(x+3)) \leq 0$$

$$(4x+8)\ (2x+2) \leq 0$$



C.S.: $[-2, -1]$ $d = (-1) - (-2) = 1$

Teorema 4 $|x+y| \leq |x| + |y|$; $\forall x; y \in \mathbb{R}$

Consecuencias

- $|x+y| = |x| + |y| \leftrightarrow xy \geq 0$
- $|x+y| < |x| + |y| \leftrightarrow xy < 0$

Aplicación

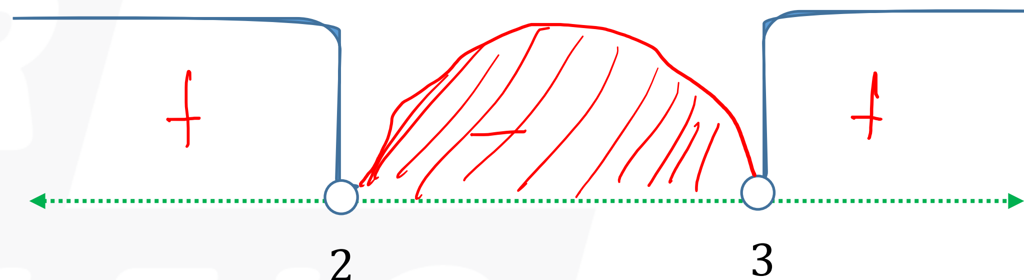
Resuelva la siguiente inecuación $|2x-5| < |x-3| + |x-2|$

Resolución

Aplicaremos la consecuencia del teorema 4

$$|2x-5| < |x-3| + |x-2|$$

$$(x-3)(x-2) < 0$$



$C.S. = \langle 2; 3 \rangle$

FUNCIÓN

Sean A y B conjuntos no vacíos.

La función f de A en B es un conjunto de pares ordenados $(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y})$ tal que para $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A}$ le corresponde un único elemento $\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{B}$.

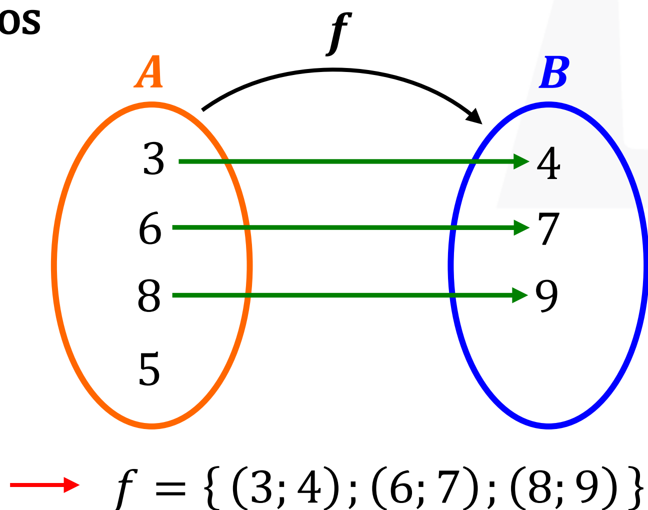
Notación: $f: A \longrightarrow B$ o $A \xrightarrow{f} B$

Donde

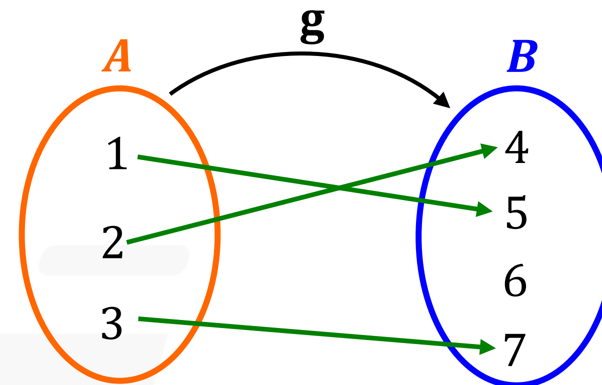
A es el conjunto de partida

B es el conjunto de llegada

Ejemplos



$\longrightarrow$ $f = \{(3;4);(6;7);(8;9)\}$



¿**g es función**?

SI, pues los elementos de A se relacionan, con un solo elemento de B.

$\longrightarrow$ $g = \{(1;5);(2;4);(3;7)\}$

- **Dominio**: Es el conjunto formado por las primeras componentes.

$$\text{Dom}g = \{1;2;3\} = A$$

- **Rango**: Es el conjunto formado por las segundas componentes.

$$\text{Rang} = \{4;5;7\} \subset B$$

¿ F es función?

NO, pues al elemento 3 de A, le corresponde no uno, sino dos elementos de B (4 y 6).

CONDICIÓN DE UNICIDAD DE LA FUNCIÓN

Sea f una función.

$$\text{Si } (x; y) \in f \;\wedge\; (x; z) \in f \;\rightarrow\; y = z$$

Ejemplos

Sean las funciones f y g.

- Si $(9; m) \in f \wedge (9; 3) \in f \quad \rightarrow \quad m = 3$
- $g = \{(2; -6); (7; 9); (2; n)\} \quad \rightarrow \quad n = -6$

Aplicación

Si $f = \{(5; 3m), (6; 3n), (5; 2n + 1), (2m + n; 4m - 3n)\}$ es una función, cuyo dominio es $\{3; 5; 6\}$, halle m + n

A) 6 B) 2 C) 3 D) 9 E) 12

Resolución

$3m = 2n + 1 \Rightarrow 3m - 2n = 1$

$2m + n = 3 \Rightarrow 4m + 2n = 6$

$7m = 7$

$m = 1$

$2(1) + n = 3$

$n = 1$

Rta $m + n = 2$

$f = \{(5;3); (6;3); (5;3); (3;1)\}$

Cálculo del dominio

Debemos de hallar la variación de $\boldsymbol{x}$ para que la función exista en $\mathbb{R}$.

Tener en cuenta:

$\sqrt[\text{PAR}]{a} \in \mathbb{R} \Rightarrow a \geq 0$

$\dfrac{A_{(x)}}{B_{(x)}}$ existe $\Rightarrow B_{(x)} \neq 0$

Importante

Si solo se tiene la regla de correspondencia y nos piden determinar el dominio, entonces **Dom$f$ = CVA**

Aplicación

Se define la función f talque $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-7}{x-5}} + \sqrt{x^3+27}$ (variable)

y $Dom(f) = [a; b\rangle \cup [c; +\infty\rangle$. Halle el valor de $c + b - a$

A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

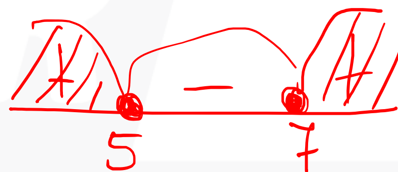
Resolución

Condición de existencia:

$\dfrac{x-7}{x-5} \geq 0 \wedge x-5 \neq 0 \wedge x^3+27 \geq 0$

$(x-7)(x-5) \geq 0 \wedge x \neq 5 \wedge x^3 \geq -27$

$x \geq -3$



$x \in [-3; 5\rangle \cup [7; +\infty\rangle$

a, b, c

Cálculo del rango

Debemos de hallar la variación de $\boldsymbol{y}, \boldsymbol{f}_{(x)}, \boldsymbol{g}_{(x)}, \boldsymbol{h}_{(x)} \ldots$

Importante

Por lo general se construye el $y = f_{(x)}$ a partir de la variación de x (**Dom** f), para ello se utiliza los teoremas de las desigualdades

Aplicación

Determine el rango de la función f si

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1} \; ; x \in \langle 2; 6]$$

A) $\langle 3; 7]$ B) $\langle 2; 7]$ C) $[3 ; 7\rangle$
D) $\langle -3 ; 3\rangle$ E) $[3; 6]$

Resolución

$$f(x) = \frac{2x+3-2}{x-1} + 2 \quad ; \; 2 < x \leq 6$$

$$f(x) = \frac{5}{x-1} + 2 \quad ; \; 2 < x \leq 6$$

$$1 < x-1 \leq 5$$

$$\Rightarrow 1 > \frac{1}{x-1} \geq \frac{1}{5}$$

$$5 > \frac{5}{x-1} \geq 1$$

$$\therefore \; 7 > f(x) \geq 3$$

$$R_f = [3; 7\rangle$$

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe